

XXIV Marató de Problemes

25 d'abril de 2020

Organitzadors: Oscar Benedito, Jordi Castellví, Iñaki Garrido, Martí Oller, Miquel Ortega

Bloc I - Aquests els fèiem a parvulari

1. Però la Terra no era plana?

En Jaume Amorós és un apassionat de les loxodromes i ha decidit emprendre un viatge apassionant pel món en busca de les millors corbes parametritzades per l'arc. En Jaume surt d'un punt de la Terra i viatja 1 km cap al sud, on es troba un ós. En Jaume, espantat, es desplaça 1 km a l'est fins que el perd de vista. Finalment, en Jaume recorre 1 km cap al nord i arriba al punt inicial.

Podríeu demostrar (amb cert rigor matemàtic) de quin color és l'ós?

4. Patatas traigo

A primera hora del matí, el Luis porta 100 kg de patates al bar, que consisteixen en un 99% d'aigua. A la tarda, quan el Sergio ja va pel desè cigaló, una mica d'aigua s'ha evaporat i les patates passen a consistir en un 98% d'aigua. Quant pesaran les patates després?

13. I les hipòtesis?

En Carles Padró va veure que la seva vida era molt monòtona i va decidir comprar-se uns pantalons liles i unes vambes amb un estampat de palmeres. Ara necessita ajuda per demostrar que tota successió de nombres reals conté una parcial monòtona. El podeu ajudar?

28. Matrimonis heteronormatius

La Ivet ha estat estudiant molt el graf de la FME últimament i ha descobert una propietat interessant. Donats n punts blaus i n punts vermells a \mathbb{R}^2 tals que no n'hi ha tres d'alineats, demostra que es poden trobar n segments que uneixen un punt blau amb un de vermell de tal manera que no s'intersequen entre ells i no tenen vèrtexs en comú.

58. Convergència i unió

En Jaume Franch ha estat molt ocupat últimament parlant amb Patrimoni UPC i no ha tingut temps de pensar les següents qüestions. El podríeu ajudar?

- Si $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ és derivable, i $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, és cert que la derivada és convergent? I fitada?
- I si, a més, f és monòtona? És la derivada convergent i/o fitada?

31. Recordeu la regla de Sarrus

En Jordi Guàrdia té n^2 alumnes i ha escrit les notes dels seus alumnes en una matriu A de mida $n \times n$, posant zeros a la diagonal principal i uns a la resta de posicions. En Martín Rodríguez ha anat a revisió, però en Jordi Guàrdia li ha dit que demostrï que $\det A = (-1)^{n+1}(n-1)$ o no podrà pujar nota!