

XXVI Marató de Problemes

COMMIES (Comitè Organitzador de la Marató Més Important de l'Europa del Sud)

10 de Març de 2021

Bloc V - Doncs si ho escrius amb números romans no hi ha rima possible

122. On ha quedat el romanticisme?

El Jordi Castro sempre explica als seus alumnes que el moment òptim (des d'un punt de vista econòmic) per contraure matrimoni és a finals de juny. Però l'altre dia va veure l'obra de Carnestoltes de segon i una frase se li va quedar gravada:

Nom del que va dir això, no ho sé, hauré de preguntar: On ha quedat el romanticisme? (*Pausa dramàtica*)

En aquell moment, el Castro es va adonar que aquesta visió del matrimoni no és gaire romàntica. Determinat a canviar això, ha decidit introduir tant el romanticisme com els diners en el seu problema d'optimització i trobar una funció que digui com d'òptim és¹ casar-se en cada moment de la vida, buscant un equilibri entre els calers i l'amor. Després d'àrdues investigacions donant voltes a la frase del Damià², ha conclòs que, si neixes en el moment 0 i vius infinitament, la funció buscada és el mínim del funcional definit per

$$F(f) = \int_0^{\infty} f^2 + f'^2$$

donat que $f(0) = a > 0$. Podeu ajudar-li a trobar-la? Tingueu en compte que, si ho aconsegiu, potser tindreu sort i una empresa australiana s'interessarà pel vostre descobriment!

123. Yuxtaposición de keywords

What does it take to go to the MIT? Realment mai ens ho va dir, el senyor Alarcón. Només ens ha dit que, a l'ambaixada, *once they realize you are a highly qualified student pursuing research in a prestigious sci-tech College*, ens tractaran com a Reis. Per sort, els dos estudiants que anem a l'espai Schengen no ens hem de preocupar d'això. En canvi, podem dedicar temps a resoldre el següent problema.

Siguin A i B matrius 2×2 amb coeficients enters tals que $A, A + B, A + 2B, A + 3B$, i $A + 4B$ són totes invertibles i tals que les seves inverses tenen entrades enteres. Demostra que $A + 5B$ és

¹Si us plau, no li digueu a la Maripaz que hem dit això.

²Sembla que es diu Damià i que és participant de la marató. Hola, Damià! A nosaltres també ens agraden els emús!

invertible, que la inversa té entrades enteres i que ets digne de representar a l'Eduard Alarcón davant de les millors universitats del sud d'Europa.

130. Se empeña

N'Edu Peña, a banda de bon presi, és bon germà. Com que vol que en Mario Peña sigui el millor alumne de la FME, cada matí li proposa un problema per fer al metro. El d'avui: Trobeu totes les arrels reals de l'equació

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{6}{x-6} + \frac{7}{x-7} = x^2 - 4x - 4$$

amb arguments analítics i sense manguisme.

131. El 97 va ser fa 18 anys

L'any 1997 va començar One Piece, va sortir el primer Grand Theft Auto, Ronnie O'Sullivan guanyava el UK Championship de snooker i el Senyor Grané era profe a la FME. Tot coses molt actuals, i és per això que la millor generació senar seguirà venint a les Festes dels 2001, perquè per a ells no passa el temps. També us diré que s'estrenava Titanic, la gent escoltava la música de les Spice Girls, Martina Hingis va guanyar 3 grand slams i el Senyor Grané era profe a la FME. Potser cada cosa té el seu moment.

Sigui S el conjunt de nombres racionals que representa les festes a les que va la generació del 97 en bloc. Compleix que:

- (a) $0 \in S$
- (b) Si $x \in S$ aleshores $x + 1 \in S$ i $x - 1 \in S$, i
- (c) Si $x \in S$ i $x \notin \{0, 1\}$, aleshores $\frac{1}{x(x-1)} \in S$.

Anirà la generació del 97 en bloc a totes les festes racionals?

133. RRR

La tiza de matar pot ser perillosa. *Chac Chac*. I no, no és un relat del George RR Martin, ni una classe del Rossend Rey. *Chac chac*. És un relat real. Pregunteu-li a l'Enric Rabasseda i Raventós o al Victor Rodríguez Romero. Ells estaven tan reposats jugant al risk amb respecte i recordant les races dels rumiants, *chac chac*, quan es va apropar reptant el Rafel Ramirez Ros i els hi va recitar: *Burro ahorro, cerro corro por el barro, con un carro, tarro, churro, forro*. Revolucionats, van repensar els riures d'aquell reguitzell de rifes robades. Van recercar al Roura, que no rograma en R, que els hi roposés un roblema:

Demostra que per tot r enter positiu existeix un polígon sense tres vèrtexs alineats que admet exactament r triangulacions diferents. *Chac chac*.

134. Emmunel

Per alguna raó, que escapa de la meva comprensió, a la Sortida de la Dele hi havia un Emú. Segurament sigui un presoner de guerra, que es plantejava que *si una bala enemiga creua el vent i em travessa el cervell*, però *sempre miren* i no es va poder amagar. Mentre a la festa, el Joan Grandes *intentava seduir-la*, però *mai amb gaire convicció* però la Míriam *mai va voler anar*, els simpàtics del barri van anar a cantar-li *fins que els musics parin*. Els emús tenen una gran làbia, *ho sap tothom*, però *no ho diu ningú*. Així que l'Emmunuel, cansat d'aquell espectacle, va fer un glopet, els va mirar, i va dir:

Benvolgut, permet-me suposar, que tens una quadrícula $n \times n$. Ara, un nen dibuixa a llapis, a la sala del museu, en cada quadrat, una diagonal. Mentre fas veure que penses, prova que hi ha una camí de un costat de la quadrícula al costat oposat, (de esquerra a dreta o de dalt a baix), on hi ha un xiringuito amb quatre pins al fons, passant per les diagonals.