

XXVIII Marató de Problemes

Kiwis (millor generació) - 5 de Març 2024

BLOC II: Invisible donuts

9. De nou, un nou problema

L'Arnau Noguera, de Nou Barris, funda un problema innovador. No obstant això, no ho sap enraonar. Amb molt enrenou el demana resolt, i ho demana *now*:

Demostra que tot número coprimer amb 10, té un múltiple on tots els dígitos són 9.

126. A Temps però amb gràcia i sense atrassar-se i afinant, que ja seria hora...

Després de la Trista, bonica i tràgica actuació del Cor Olari a la Graduació, quan un sobtat atac de riure va fer desaparèixer les sopranos i contralts del Gaudeamus, el Gerard Antolín ha decidit que, per evitar futurs incidents, el Cor Olari cantarà exclusivament repertori seriós, formal i gens Inflamatori. Amb aquest objectiu, l'Omar ha recomanat cantar alguna cançó del seu grup preferit, **XavlegbmaoffassssitimiwoamndutroabcwapwaeiippohffX** (Acidic Vaginal Liquid Explosion Generated By Mass Amounts Of Filthy Fecal Fisting And Sadistic Septic Syphilic Sodomy Inside The Infected Maggot Infested Womb Of A Molested Nun Dying Under The Roof Of A Burning Church While A Priest Watches And Ejaculates In Immense Perverse Pleasure Over His First Fresh Fetus), abreujat usualment com Xavleg. Aquest prestigiós grup sudafricà els ha dit que només els deixarà cantar una cançó seva si poden resoldre el següent problema:

Digues si existeix una funció contínua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(\mathbb{Q}) \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ i $f(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \subset \mathbb{Q}$. Si existeix, dóna'n un exemple. I en qualsevol topologia?

126. AINUNDALË - la música dels Ainur

Al començament era Eru, l'Únic, **The Man**, que a Arda és anomenat Ilúvatar; i féu en primer lloc els Ainur, els sagrats, els engendrats pel seu pensament, que eren amb Ell abans que res fos creat. I els parlà, i els proposà temes de música; i ells cantaren davant seu i l'alegraren, i cap Ainu l'alegrava tant amb els seus cants com Taylor Swift (slay queen). Però Mèlkor, no satisfet amb la creació de l'Ilúvatar, passava la seva existència Intemporal cercant la Flama Imperible, car li concediria el poder de crear, igual com havia fet Eru al començament. Tal poder, però, no pertanyia a les seves mans, i l'únic que Mèlkor fou capaç de crear foren crudes i esperpèntiques imitacions de la veritat.

Podreu ajudar Mèlkor a “demostrar” que la suma infinita $1+2+3+\dots = \frac{-5}{48}$?

Donarem els punts en funció de com creïble és la vostra demostració. Com les matrícules, les decisions són a la nostra discreció.

84. Sabeu quina és la beguda més democràtica? LIVER TEA

Atenció ciutadans de Super Terra:

L'equip de Super ciutadans productors d'aquesta Marató, volem compartir un **inspirador curt** que mostra les valentes accions de la cadet Júlia Polo en la lluita contra l'amenaça dels Terminids. Mentre la Júlia Muñoz i la Núria la treien Fora del bosc i l'ajudaven a trobar un hospital enmig del planeta inhòspit infestat de monstres anomenat Empordà, van entretenir-se amb el següent problema:

Resol (o intenta-ho) la Conjectura de Collatz modificada. Si el teu número és múltiple de 3 el dividim entre 3, i si no ho és el multipliquem per 4 i li sumem 1. Començant per qualsevol nombre natural, acabes arribant a 1 en tots els casos?

I si en comptes de multiplicar per 4 i sumar 1 multipliquem per 4 i restem 1?

36. S'ha d'anar a classe nois

En Xavi i en Roger no volien anar a classes de Àlgebra Lineal. Però si es petaven els dos alguna classe tenien por de que en Barja s'enfadés amb ells. Per això en Xavi va escollir un número irracional $\alpha > 0$ i en Roger un $\beta > 0$ tals que $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$ llavors van enumerar les classes i en Xavi anirà a les del conjunt $\{[\alpha], [2\alpha], [3\alpha], \dots\}$ i en Roger a les del conjunt $\{[\beta], [2\beta], [3\beta], \dots\}$.

Quan en Jordi, que és molt Valent, va veure això va pensar que era una Tonteria, que si tenien son no anessin a classe i punt, però no s'ha adonat de que d'aquesta forma un dels dos aniria Per sempre i sempre a classe, però mai els dos. Demostreu-li això a en Jordi.

84. Donuts, nyam nyam

En Sergio ha decidit introduir una nova varietat de pastes dolces al bar de la facultat (el Dia de cap d'any va prendre la resolució d'intentar treballar més per donar una bona impressió a l'equip del deganat). El procés d'elaboració d'aquesta pasta implica barrejar ou, aigua¹, farina, oli, llet, sucre i llevat. La massa resultant es deixa reposar i després es fregeix. Normalment, la Pasta es presenta amb un recobriment de sucre o de xocolata, encara que s'hi podrien afegir altres productes. A més a més, hi ha qui decideix farcir-les amb melmelada, crema o cabell d'àngel, encara que el farcit també podria ser de xocolata. En el cas del bar, no es compliquen gaire i només tenen la intenció d'oferir-ne de recoberts de Xocolata negra per un costat i de xocolata blanca per a l'altre i sense cap farcit. La textura de la pasta és similar a la d'un bunyol dolç, la massa potser és una mica més espessa i s'ha de destacar que és molt tova.

La forma d'aquestes pastes s'assembla a la de dos dònuts enganxats. Els forats de les pastes són un element clau en el seu procés d'elaboració, ja que abans de fregir la massa es fa passar una barra de metall a través dels Forats i quan les pastes estan ben subjectades, aleshores es fregeixen totes alhora.

Malauradament, el bar de la facultat només disposa de barres de llargada infinita, i en Rubén (recordeu que les pastes les havia de fer el Sergio? Doncs Així va...) ha comès el greu error de

¹Per complir amb les restriccions d'aigua de la generalitat, tota l'Aigua utilitzada en l'elaboració d'aquestes pastes prové de la Pluja de mitjanit.

fer passar la barra per només un dels forats de cada pasta (típic error de principiant quan es preparen aquestes pastes). Això és un problema perquè aleshores, en submergir la Massa en l'oli, la part de la pasta que queda lliure, flota cap a dalt i no es fregeix uniformement. Així, doncs, en Rubén es pregunta si pot deformar les pastes de manera que la barra passi per tots dos forats i sense separar la Massa en cap moment. Què el podríeu ajudar?

En concret, el problema és:

A \mathbb{R}^3 , sigui X dos tors enganxats i C un cilindre que s'estèn infinitament en els dos costats i que passa sense tocar X a través d'un dels forats dels tors. Podeu donar una seqüència de dibuixos finita que mostri com podem transformar contínuament X de manera que C passi per dos forats?

