PROBLEMA 64 JAQUE MATES.

Observem que a $[0,1]$ $\dfrac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} \geq 0$

Per tant $\int_0^1 \dfrac{x^4(1-x)^4}{1+x^2}\,dx \geq \int_0^1 0\,dx = 0$ a més, $\dfrac{x^4(1-x)^4}{1+x^2}$ és contínua i existeix un punt (per exemple $x=\frac{1}{2}$) on és estrictament major que 0. Per tant existeix un entorn de $x=\frac{1}{2}$ on és estrictament major que 0 i per tant la integral és estrictament major que 0.

TROBEM EL VALOR DE I

SOLUCIÓ 1:

$$x^4(1-x)^4 = x^4(1-4x+6x^2-4x^3+x^4) = x^8-4x^7+6x^6-4x^5+x^4$$

$$\begin{array}{l|l}
x^8-4x^7+6x^6-4x^5+x^4 & x^2+1 \\
\hline
x^8 \quad\quad\; x^6 & x^6-4x^5+5x^4-4x^2+4 \\
-4x^7+5x^6-4x^5 & \\
-4x^7 \quad\quad -4x^5 & \\
5x^6 \quad\quad x^4 & \\
5x^6 \quad\quad 5x^4 & \\
-4x^4 & \\
-4x^4 \quad -4x^2 & \\
0 \quad\quad 4x^2 & \\
4x^2 \quad\quad 4 & \\
-4 &
\end{array}$$

Per tant, $I = \int_0^1 x^6-4x^5+5x^4-4x^2+4-\dfrac{4}{1+x^2}\,dx =$

$$= \frac{1^7}{7} - 4\frac{1^6}{6} + 5\cdot\frac{1^5}{5} - 4\frac{1^3}{3} + 4\cdot 1 - 4(\arctan(1)-\arctan(0)) =$$

$$= \frac{3}{21} - \frac{14}{21} + \frac{21}{21} - \frac{28}{21} + \frac{84}{21} - 4\left(\frac{\pi}{4}-0\right) =$$

$$= \frac{66}{21} - \pi$$

$$\begin{array}{r} -14 \\ +3 \\ \hline -11 \\ +21 \\ \hline 10 \\ -28 \\ \hline -18 \\ +84 \\ \hline 66 \end{array}$$

Com que sóc enginyer i no sé simplificar fraccions no pillo el xiste...

És broma... $= \frac{22}{7} - \pi = \frac{22}{7} - \frac{22}{7} = 0$ ¡¡ Contradicció ?

(aquest problema és molt bo) !!!!

Solució 2:

Amb la calculadora (com fa la gent normal)

$I = 0$ (la meva calculadora trunca als 2 decimals)

Solució 3:

Amb la calculadora

$I = 0,0012644892673496186802137595$
$776399729\underline{6969}45348203706167$

i aquest és el valor exacte perquè aquí para la calculadora.