

Marató de problemes

Wide Putin

May 7, 2021

Problema 37

Tomamos $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{N}$ biyectiva, que existe porque \mathbb{Q} es numerable, y consideramos $C = \{f(\mathbb{Q} \cap (-\infty, x]) : x \in \mathbb{R}\}$. Cada valor de $x \in \mathbb{R}$ da lugar a un elemento distinto de C porque los racionales son densos en los reales y \mathbb{R} no es numerable, por tanto el cardinal de C es no numerable. Trivialmente C está totalmente ordenado por la inclusión por tanto este es un contraejemplo.