

Problema 108: It's all about the money

Eulerdos

L'estratègia que han de seguir és la següent. En el primer torn, l'Andreu escullirà l'1. Si aquest no és el número, l'Adrian escullirà el 3. Si és el número, el joc s'acaba i guanya l'Adrian; si el número és més petit, serà el 2 i guanyarà l'Andreu. Si és més gran, l'Andreu escullirà el 4, i es repeteix iterativament aquest procediment. Així, al torn k l'Andreu escullirà el número $3(k-1)+1$. Si és el número, guanya, i si el número és més gran, l'Adrian escullirà el $3k$ (no pot ser més petit perquè en el torn anterior l'Adrian ha escullit el número anterior). Si $3k$ és el número l'Adrian guanya, si el número és més petit guanya l'Andreu en el següent torn, i si el número és més gran es passa al següent torn.

D'aquesta manera, L'Adrian només guanyarà si el número en qüestió és múltiple de 3. Com que hi ha 3333 múltiples de 3 entre 1 i 10000, l'Andreu guanyarà amb una probabilitat de

$$Pr(Andreu) = 1 - Pr(Adrian) = 1 - \frac{3333}{10000} = \frac{6667}{10000} > \frac{2}{3}$$