

PROBLEMA 25

CAVALIERIA MATFIS

$f(x) : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  y  $g(x) = x$

Má derecha

Tomamos intervalos cerrados de la siguiente manera:  
una sucesión de

$I_1 \subseteq [0, 1]$  , Sea  $I_n = [a_n, b_n]$ ,  $I_{n+1} = \begin{cases} [\frac{a_n+b_n}{2}, b_n] & \text{si } * \\ [a_n, \frac{a_n+b_n}{2}] & \text{si } ** \end{cases}$

\*  $f(\frac{a_n+b_n}{2}) \geq g(\frac{a_n+b_n}{2}) = \frac{a_n+b_n}{2}$

\*\*  $f(\frac{a_n+b_n}{2}) \leq g(\frac{a_n+b_n}{2}) = \frac{a_n+b_n}{2}$

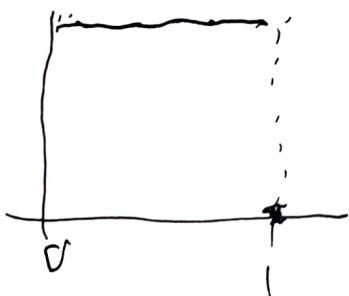
En todo momento se cumple que  $g(a_n) \leq f(a_n) \leq f(b_n) \leq g(b_n)$

y como cada intervalo es de longitud más pequeña,

$\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = c$  por el principio de intervalos encajados

siendo  $c$  un punto fijo de  $f$  por el lema del Sandwich.

Mi izquierda



$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [0, 1) \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

CONTRA EJEMPLO