

$$\text{Volem } x \in \mathbb{R} \text{ tq } \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{6}{x-6} + \frac{7}{x-7} = x^2 - 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-1} + 1 + \frac{2}{x-2} + 1 + \frac{6}{x-6} + 1 + \frac{7}{x-7} + 1 = x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x-2} + \frac{x}{x-6} + \frac{x}{x-7} = x(x-4)$$

$\Rightarrow \boxed{x=0}$ é sol. sigui $x \neq 0$:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-7} = x-4$$

sigui $y = x-4$, aleshores:

$$\frac{1}{y+3} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{y-3} + \frac{1}{y-2} = y$$

$$\Leftrightarrow \frac{2y}{y^2-9} + \frac{2y}{y^2-4} = y \Rightarrow y=0 \text{ é solució}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=4} \text{ é solució}$$

sigui $y \neq 0$, aleshores:

$$\frac{2}{y^2-9} + \frac{2}{y^2-4} = 1 \Leftrightarrow 2(y^2-4 + y^2-9) = (y^2-4)(y^2-9)$$

$$\Rightarrow 4y^2 - 26 = y^4 - 13y^2 + 36$$

$$\Leftrightarrow y^4 - 17y^2 + 62 = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 62}}{2}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{17 \pm \sqrt{41}}{2} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{17 \pm \sqrt{41}}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 4 \pm \sqrt{\frac{17 \pm \sqrt{41}}{2}}} \text{ són solució.}$$

Per Com es tracta d'una equació de 5è grau pot tenir com a màxim 6 arrels. Com n'hem trobat 6 són totes:

$$x = 0, \quad x = 4, \quad x = 4 \pm \sqrt{\frac{17 \pm \sqrt{41}}{2}}$$