

(134)

Llamemos a cada casilla  $a_{ij}$  con  $i, j = 1$  to  $n$ . Diremos que

una casilla es de color **rojo**, si  $i+j$  es par y tiene la diagonal dibujada así:  $\square$  o si  $i+j$  es impar y su diagonal es:  $\square$

En caso contrario la casilla es **verde**. Definamos ahora los grafos formados por las diagonales; ~~son~~ cada grafo es un conjunto

de diagonales unidas entre sí por el que se puede ir desde cualquier punto de cualquier diagonal a cualquier otro punto de otra diagonal,

ambas del grafo. Además, no puede haber ninguna diagonal fuera del grafo desde lo que se pueda llegar al grafo, es decir cada grafo es máximo. 1 diagonal solo pertenece a un grafo. Llamemos

ahora **elbicho** al conjunto de cuadrados que contienen parte de un grafo. Cada elbicho está bien definido pues hay una diagonal en cada cuadrado. Es evidente que cada elbicho

es del mismo color, o todas sus casillas son **rojas** o todas **verdes**. Además todos los casillas que compartan

lado con un elemento del elbicho son de color contrario.

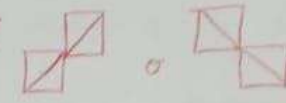
Veamos que si hay un elbicho tocando 2 paredes opuestas el camino buscado existe. Supongamos que un elbicho no toca


ninguna pared, vamos a demostrar que por su exterior hay un elbicho que lo contiene. Sabemos que el primer elbicho era

de un color, y todas las casillas contiguas a este son de color opuesto, así que entre ellas del mismo color. Si estas

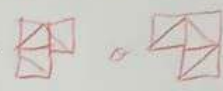
casillas son adyacentes pertenecen al mismo elbicho, por periodicidad. Pero, ¿qué pasa cuando son diagonales?

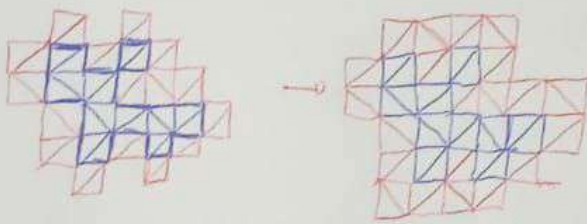
Analizemos casos.

Si  entonces los casillos  $a_{ij}$  y  $a_{i+1,j}$  pertenecen al mismo elbicho o  $a_{ij}$  y  $a_{i+1,j+1}$  hacen lo propio.

Si  al ser adyacentes al primer elbicho:

 Si la casilla que falta es azul forma parte

del primer elbicho y los 2 rojos serán partes distintas del 2° si la casilla que falta es roja:  y ambos pertenecen al mismo elbicho. Un ejemplo:



y se crea un nuevo elbicho <sup>se crea</sup> con  $+2$  más de anchura máxima y 2 más de altura máx.

Repetiendo esto varias veces, como el tablero es finito llegaremos a un elbicho en contacto con una pared:

Cogiendo el exterior adyacente nuevamente, de distintos colores, tenemos que formamos un nuevo elbicho que lo rodea, pues hacemos lo mismo con las esquinas (con el exterior adyacente no incluimos las casillas rodeadas por el elbicho ni las rodeadas por el elbicho y la pared).



