20. Considerem la corba que passa per $(0,0)$ i $(1,1)$

$$\left(x, \frac{x^2+\pi x}{1+\pi}\right)$$

Si $x \in \mathbb{Q}$, $x = a/b$ $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow \dfrac{\left(\frac{a}{b}\right)^2+\pi\left(\frac{a}{b}\right)}{1+\pi} = \dfrac{\frac{a^2}{b^2}+\pi\frac{ab}{b^2}}{1+\pi} = \dfrac{a}{b^2}\left(\dfrac{a+\pi b}{1+\pi}\right)$

$$= \frac{a}{b^2}\left(\frac{a+a\pi-a\pi+\pi b}{1+\pi}\right) = \frac{a}{b^2}\left(a+\pi\,\frac{b-a}{1+\pi}\right)$$

Excloent els casos $x=0 \Rightarrow a=0$ i $x=1 \Rightarrow b=a$ es té

$a/b^2 \in \mathbb{Q}$, $a \in \mathbb{Q}$ i $\pi\cdot\frac{b-a}{1+\pi} \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ per tant $a+\pi\cdot\frac{b-a}{1+\pi} \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

i aleshores $\dfrac{a}{a^2}\left(a+\pi\,\dfrac{b-a}{1+\pi}\right) = \dfrac{x^2+\pi x}{1+\pi} \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

Per tant en Mario diu quelcom que té sentit.

Però el que proposa en Pau és impossible perquè si la corba va de $(0,0)$ a $(1,1)$ aleshores la suma de les coordenades va de 0 a 2 de manera contínua i no és possible que ho faci passant per un nombre finit de racionals perquè n'hi ha infinits entre 0 i 2.

per el teorema de Bolzano com que la corba és contínua la composició d'aplicacions

$(x,y) \mapsto x+y$ és una aplicació contínua

Zeros de Riemann

7