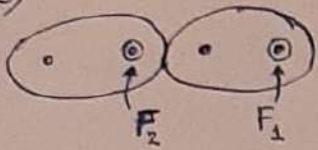


LLISTA 3 EPIC - MORTISMES

360)

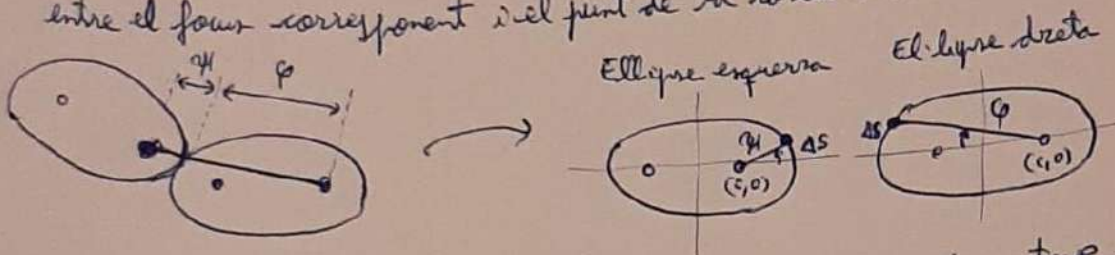


Les còrres haurien d'anar molt malament per que la trajectòria de F_2 no for una el·lipse circumferència. Per tant, n'hi ha prou en prou que en tot moment la distància entre F_1 i F_2 és constant.

Podem suposar, sense pèrdua de generalitat, que si centrem les el·lipses al $(0,0)$ es té que $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ i que el focus dret és $F = (c, 0)$ on $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

amb $a > b > 0$

Com que ~~la solució~~ només ens interessa la distància entre F_1 i F_2 n'hi ha prou en parametritzar les el·lipses de manera aïllada, calcular la distància entre el focus corresponent i el punt de la corba i sumar les dues distàncies:



A més a més, per simetria del problema, podem agafar el mateix paràmetre per les dues corbes ja que l'arc recorregut al durant intervals de temps iguals serà igual.

El·lipse dreta: $\sigma(t) = (-a \cos t, b \sin t) \rightarrow \varphi(t) = \|(-a \cos t - c, b \sin t)\|$

El·lipse esquerra: $\tau(t) = (a \cos t, b \sin t) \rightarrow \psi(t) = \|(a \cos t - c, b \sin t)\|$

$$\varphi(t) = \sqrt{a^2 \cos^2 t + c^2 + 2ac \cos t + b^2 \sin^2 t} = \sqrt{(a^2 - b^2 + b^2) \cos^2 t + b^2 \sin^2 t + c^2 + 2ac \cos t} =$$

$$= \sqrt{(a^2 - b^2) \cos^2 t + b^2 + c^2 + 2ac \cos t} = \sqrt{e^2 \cos^2 t + a^2 + 2ac \cos t} =$$

$$= \sqrt{(c \cos t + a)^2} = |a + c \cos t|$$

$$\psi(t) = \sqrt{a^2 \cos^2 t + b^2 \sin^2 t + c^2 - 2ac \cos t} = \sqrt{c^2 \cos^2 t + a^2 - 2ac \cos t} =$$

$$= \sqrt{(c \cos t - a)^2} = |c \cos t - a|$$

$$\varphi(t) = a + c \cos t$$

$$a < |c \cos t| \leq c < a \implies a \geq |c \cos t| \implies \psi(t) = a - c \cos t$$

Per tant, la distància entre focus ve donada per $\varphi(t) + \psi(t) = 2a$.
 Que en ser constant \Rightarrow la trajectòria és una circumferència.
 El cas dels focus de l'el·lipse $(-c, 0)$ es fa igual, de fet, es podria pensar que és la mateixa situació que l'anterior quan $t_0 = \pi$.

Resumint, el focus F_2 descriu una circumferència de radi $2a$ centrada en F_1 . I el focus E_2 descriu una circumferència de radi $2a$ de centre E_1 .

