

Problema 500

ZEROS DE RIEMANN

Anem a veure per inducció que la FME no té límit d'estudiants que pot tenir.

- Cas base:

Si hi ha 1 estudiant a la FME, està sol i plora

- Cas inductiu:

Suposem que ~~es~~ hi ha $n+1$ estudiants a la FME i els n primers ja estan situats de forma que no es llien entre ells (que per inducció d'hipòtesis existeix), veurem que l'estudiant $n+1$ es pot situar en algun lloc de la circumferència en que no es lliarà amb ningú.

La longitud de la zona en que es lliarà amb la persona a si s'hi posa és $\frac{2}{a+n+1}$, per tant com a màxim la longitud de la

zona on es lliarà amb alguna persona si s'hi posa serà

$$\sum_{a=1}^n \frac{2}{a+n+1} \leq \int_{x=0}^n \frac{2}{x+n+1} dx = 2 \log(x+n+1) \Big|_0^n = 2 \log(2n+1) - 2 \log(n+1) <$$

$$< 2 \log(2n+2) - 2 \log(n+1) = 2 \log \frac{2n+2}{n+1} = 2 \log 2 < \frac{\pi}{2}$$

$$4 \log 2 \approx 2,77 < \pi$$

per tant sempre hi haurà alguna posició on la persona $n+1$ es pot situar sense lliar-se amb ningú.