

Desmenclos

P2000

" $2 \in \mathbb{Z}$ "

Considerem, en \mathbb{Z}^n , el conjunt $S = \{ (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}^n \mid \sum_{k=1}^n k x_k \equiv 0 \pmod{2n+1} \}$.

Sigui P qualsevol, $A := \sum_{k=1}^n k p_k$. Per comoditat, $f(x) := \left(\sum_{k=1}^n k x_k \right) \pmod{2n+1}$

$$f(P \pm e_i) = A \pm i \Rightarrow \{ f(P), f(P+e_1), f(P-e_1), \dots, f(P-e_n) \} = \\ \{ A, A+1, \dots, A+n, A-n, \dots, A-1 \} = \mathbb{Z} / (2n+1)\mathbb{Z}$$

Així ~~que~~ que exactament un $q \in N(P)$ pertany a S . ($|N(P) \cap S| = 1$)

En conclusió, S existeix $\forall n \in \mathbb{Z}^+$.