

PROBLEMA 165

Si agafem el conjunt A de les permutacions senars, el producte de dos elements d' A serà una permutació parella, així que $\exists a, b, c \in A$ t.q. $ab=c$.
Per tant el cardinal màxim és $\geq |A| = \frac{n!}{2}$.

En canvi, si B satisfà la propietat de l'enunciat i $|B| \geq \frac{n!}{2} + 1$, podem considerar $xB = \{xb : b \in B\}$ on $x \in B$ fixat. Aquest és un conjunt de $|B|$ elements (perquè $xb_1 = xb_2 \iff b_1 = b_2$) i per Pigeonhole $xB \cap B \neq \emptyset \Rightarrow \exists b_1, b_2 \in B$ t.q. $xb_1 = b_2$. \downarrow

Per tant el màxim és $\frac{n!}{2}$. \square