

Maratón de problemas: Problema 715

Francesco Virgolini

Fiñáuuuuu

(Javi entra en un viejo bar. Ninguno de los jubilados de las mesas se gira a mirarlo, pues están demasiado concentrados en la destartalada pantalla de televisión de la esquina, donde echan el fútbol. Al otro lado del bar, con un codo en la barra y la mirada fija en el partido, se encuentra el rival de hoy. En la otra mano, sujeta una copa de pacharán con el estilo natural de quien lleva en esa posición toda una vida.)

CC: *(Al camarero)* ¡Maestro! *(Dando dos golpecitos a la barra)* Ponme otra, que esta tiene un agujero. *(Y a la pantalla)* ¡Nooo joder, así no! ¿Cómo vamos a ganar si no bajamos a defender? Este entrenador no vale ni para limpiabotas, hay que ponerlo en la calle ya. Que me pregunten a mí, que les arreglaría la temporada en un momento.

(Un murmullo de asentimiento recorre el bar. Con cualquiera de estos titanes a la cabeza, cualquier equipo ganaría la Champions.)

JR: *(Acercándose)* Buenas, señor Chevichef el... ¿es el Hechizado? ¿El Deseado?

CC: Pa Deseado, EL QUE TENGO AQUÍ COLGADO aaajjaajaaajg... *(se atraganta)* Mira que estás poco atento, eh... jejeje... pero yo no soy ninguno de esos, chico. Yo soy Chevichef el Cuñado. *(Hincha el pecho con orgullo.)* Bueno, ¿qué pasa?

JR: *(Un poco intimidado)* Creo que es usted mi rival de hoy en el juego de las apuestas.

CC: *(Contrariado)* Ah, sí, eso... se me había olvidado. Venga, pues que sea rápido, que tengo que ver el partido. Pero que sepas, chaval, que si minimizas tus pérdidas, yo no perderé nada. *(Con un leve movimiento de cabeza al camarero, pide otra copa.)*

JR: *(Envalentonado)* ¿Cómo vas a hacer eso? ¿No sabes que puedo leer mentes? Sabré tu estrategia y te ganaré sin problema.

CC: ¿Y con eso me vas a sorprender? ¡Yo traje los telépatas a Euskadi, chaval! Mira, te lo voy a explicar muy fácil para que lo entiendas, porque tienes pinta de enterarte de menos que los políticos que tenemos, que son todos unos incompetentes y ladrones. Por eso no soy ni de izquierdas ni de derechas, ¿sabes? Bueno, que me enrolló. Yo no voy a escoger nunca el número 1, y escogeré cada $i \in \mathbb{Z}_{\geq 2}$ con probabilidad

$$p(i) = \frac{i-1}{i} - \frac{i-2}{i-1}.$$

Fíjate, que sé que no eres muy espabilado, en que $f(i) > 0$ y que tenemos una suma telescópica:

$$\sum_{i=2}^n f(i) = 1 - \frac{1}{n} \quad \forall n \in \mathbb{Z}_{\geq 2} \implies \sum_{i=2}^{\infty} f(i) = 1.$$

Así que esta es una función de probabilidad válida. Ahora, tú vienes muy emocionao con tu lectura de mentes y ves mi estrategia, así que calculas la esperanza de tus pérdidas si escoges el número $m \in \mathbb{N}^1$. Esta esperanza e_m es igual a m por la probabilidad de que yo escoja un valor mayor o igual que m , es decir,

$$e_m = m \sum_{i=m}^{\infty} f(i) = m \left(1 - \sum_{i=2}^{m-1} f(i) \right) = \begin{cases} 1 & \text{si } m = 1, \\ \frac{m}{m-1} & \text{si } m \geq 2. \end{cases}$$

Date cuenta de que $e_i > 1$ para $i \in \mathbb{Z}_{\geq 2}$. Y si decides usar una estrategia aleatoria con una función de probabilidad $g : \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$, entonces tu esperanza de pérdida e_g será

$$e_g = \sum_{i=1}^{\infty} g(i)e_i \geq \sum_{i=1}^{\infty} g(i) = 1,$$

con igualdad si y solo si $g(1) = 1$, $g(i) = 0$ para $i \geq 2$. Así que, para minimizar pérdidas, tendrás que escoger siempre el 1 y, como yo nunca escojo el 1, no perderé nunca. *(Al camarero)* ¡Caballero! ¿Cuánto es y por qué tan caro?

JR: *(Balbuceando)* Bu-bueno... supongo que Festes 2002 tendrá que volver a la idea del

¹Of course, $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+$.

OnlyFans... porque estaba claro que vendiendo sudaderas que dicen “pretty girls like linear algebra” no íbamos a ninguna parte...

CC: Aficionao, que eres un aficionao... *(Al camarero)* ¡Jefe! ¿Llega antes la cuenta o la 33?