

§1 120. Cubos locos.

Suposa per contradicció que em pogut construir el cub. Ens construirem una seqüència infinita de cubs C_1, C_2, C_3, \dots cadascún més petit que l'anterior. Clarament tots els cubs tindran els costats paralels al cub gran. Si no fós així podria triar cubs successivament tots ells amb els costats no paralels al gran, i seria impossible de tancar.

Comencem triant una cara arbitrària del cub original. Sigui C_1 el cub més petit que toqui dita cara. Sigui c la cara de C_1 oposada a la cara del cub original que toca. Aquesta cara estarà envoltada o bé per la vora del cub gran o bé per cubs més grans que C_1 . Per tant, qualsevol cub que toqui c haurà de tenir la cara de contacte continguda dintre de c . Però ara podem definir C_2 com el cub més petit que toca c , que per força és menor que C_1 ja que no hi ha dos cubs de la mateixa mida. Iterativament, anirem triant C_{n+1} com el cub més petit que toca la cara de C_n oposada la cara original del cub gran. Això ens dona una seqüència infinita de cubs que es van fent successivament més petits, donant lloc a contradicció.