

marato

alvaro.acitores

February 2025

1 Introduction

Problema -585

La comisión de este año está de suerte, yo siempre hacía los problemas a mano con letra pocha pero no tengo papel y boli para hacerlo así que tendré que enviar un latex de estos. El problema en cuestión va de pesar no? Pues bien, en mi año hay un dicho popular que dice

Javipesao

Hay 28 casos que los listaremos:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 23
- 24
- 25

26
27
34
35
36
37
45
46
47
56
57
67

Donde

i

significa que la bola i y solo esa bola es una pesada y

ij

significa que las bolas i y j lo son. Hemos numerado las bolas del 1 al 7 porque es latex, si fuera a mano haría bolas con distintas formas que sería mucho más divertido pero bueno.

2 Primera comparación

pesamos las bolas 1,2,3 con las bolas 4,5,6. Los 28 casos anteriores se dividen entre los 3 posibles resultados de la balanza.

2.1 balanza dice que la izquierda gana

Los casos compatibles con este resultado son 9 en total: 1, 2, 3, 12, 13, 17, 23, 27, 37. Pesamos las bolas 1 y 3. Hay 3 resultados distintos en los que se distribuyen 9 situaciones y oh sorpresa, resulta que son 3 situaciones para cada resultado. Si la izquierda vuelve a ganar las situaciones serían 1, 12, 17 y comparando las bolas 2 y 7 veríamos cuál de las 3 es en 3 intentos. Si en la segunda pesada sale la derecha haríamos lo mismo pero cambiando 1 por 3. Si sale empate las situaciones son 2, 13, 27 y comparando una vez más 3 y 7 salimos de dudas. En todos estos casos necesitamos solo 3 pesadas.

2.2 balanza dice que la derecha gana

Igual que lo otro y como no pesamos igual que *javipesao* no vamos a dar la tabarra con esto porque es completamente análogo.

2.3 balanza dice que hay empate y se repiten las elecciones

aquí hay 10 casos: 14, 15, 16, 24, 25, 26, 34, 35, 36, 7, así que es más tocapelotas. En la segunda comparación pesamos 1 con 3. Si gana 1 los casos que concuerdan son 14, 15, 16 y pesando 4 con 5 salimos de dudas y acabamos en 3 pasos. Si gana 3 hacemos algo similar, también en 3 casos.

3 CASOS FINALES

tras 2 empates las opciones son 24, 25, 26 y 7. Pesamos 4 con 5, si 4 gana sabemos seguro que la situación es 24 y si gana 5 sabemos que es 25. Si hay empate puede ser 26 o 7, por lo que necesitaremos una pesada más. El valor esperado será

$$\frac{26 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{28} = \frac{43}{14}$$

Nótese que siempre hemos dividido los casos de la forma más equitativa posible, con la mínima entropía. Alguien preguntará si es posible medir todos con 3 pesadas y evidentemente no, pues

$$3^3 < 28$$

Alguien se preguntará que igual si alguna vez lo conseguimos en dos pesadas igual conseguimos bajar el valor esperado, pero es una idea tan mala y tan fácil de hacer ver que es una estrategia pésima que no voy ni a molestarme en dirigirle la palabra. En fin el resultado ya está escrito no sé por que sigues leyendo.

4 Créditos

Este texto tan horriblemente redactado ha sido escrito por JAVIER RUIZ LUPON aka *javipesao*