

Problema 1452. Estic al graf?

🐾🐾🐾 gossos d'esquadra 🐾🐾🐾



Creo que redactar esto a la 1 de la mañana de un viernes por la tarde no ayuda a entrar en el grafo.

Sea A la matriz de adyacencia del grafo dado. Tenemos que $A \in \mathbb{Z}_{n \times n}$, por lo que si $Q_A(x)$ es su polinomio característico, $Q_A \in \mathbb{Z}[X]$ (porque es el determinante de una matriz de números enteros y los productos y sumas son enteros) y tiene grado n . Además sabemos, por cómo está definido el polinomio característico, que el coeficiente principal es ± 1 .

Por último, por el teorema de Cayley-Hamilton, tenemos que $Q_A(A) = 0$, por lo que $\pm 1A^n + \alpha_{n-1}A^{n-1} + \dots + \alpha_0 Id = 0 \implies A^n = \sum_{k=0}^{n-1} a_k A^k$ con $a_k = \pm(-\alpha_k) \in \mathbb{Z}$

Por la definición de la matriz de adyacencia $(A^k)_{i,j} = p_{i,j,k}$ y hemos acabado.