1571 - No puc, tinc fisio

P_n = probabilitat que vingui a la n-èssima mentoria

$$P_n = \underbrace{P_{n-1}\cdot p}_{\text{que hagi vingut a l'anterior i que vingui a aquesta (n)}} + \underbrace{(1-P_{n-1})\,q}_{\text{que no hagi vingut a l'anterior i que vingui a aquesta (n)}} = P_{n-1}p - P_{n-1}q + q =$$

$$= \underbrace{P_{n-1}(p-q)+q}_{\text{Recursió}}$$

$$P_n = \Big(\underbrace{\big(P_1(p-q)+q\big)(p-q)+q)\ \dots}_{\text{n-1 vegades multipliquem per } (p-q) \text{ i sumem } q.}\Big) \qquad P_1 = 1$$

$$\Rightarrow P_n = \Big(\big(((p-q)+q)(p-q)+q\big)\dots\Big) =$$

$$= \Big(\big((p-q)^2 + q(p-q)+q\big)\dots\Big) =$$

$$= \Big(\big((p-q)^3 + q(p-q)^2 + q(p-q)+q\big)\dots\Big)$$

Veiem que el resultat de multiplicar $(p-q)$ i sumar-li q $n-1$ vegades a P_1 $(=1)$ és:

$$P_n = (p-q)^{n-1} + q\sum_{i=0}^{n-2}(p-q)^i =$$

$$\overset{\uparrow}{=}\ \boxed{P_n = (p-q)^{n-1} + q\,\frac{(p-q)^{n-1}-1}{(p-q)-1}}$$

Utilitzem que $1+x+\dots+x^{n-1} = \dfrac{x^n-1}{x-1}$