PERRITO COMPLEJO LISTA 6

~~Cosi~~

Llamo $k = \frac{10^n - 1}{9}$ el número $\underbrace{1 \ldots 1}_{n \text{ cifras}}$

Veo que 10^i es periódico ya que $10^n \equiv 1 \pmod{k}$ pues $10^n - 1 = 9k$

Considero la suma de los dígitos de x en posiciones $i \pmod{n}$ y la llamo a_i
(Se cuenta desde derecha

Tengo que un múltiplo x de k cumple que

$$\sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 10^i \equiv 0 \pmod{k}$$

~~Veo que si un a_i es~~

Veo por tanto que si quiero minimizar $\sum_{i=0}^{n-1} a_i$ manteniendo $\sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 10^i \pmod{k}$

puedo:

- Redistribuir a_i entre los dígitos $i \pmod{n}$
- Si en este ~~poder~~ proceso se obtienen casos ≥ 10 hacer llevadas.
(La llevada es cíclica en a_i es decir, de a_{n-1} afecta a a_0)

Claramente $\sum a_i$ se mantiene igual o decrece por las llevadas y $\sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 10^i \pmod{k}$ es constante.

Esto nos permite hacer que los primeros n dígitos sean los únicos no nulos. Pero entonces solo hay 9 múltiplos posibles $\frac{10^{n-1}-1}{9} \cdot j$ $j \in \{1, \ldots, 9\}$
(Si no tenemos más de n cifras). De ellos lo mejor posible es $j = 1$ y $\sum$ dígitos $= n$
Y n es la peor puntuación a la que aspira el FMEC