

Problema [1975]: [Joc de pedres]

🐾🐾🐾 gossos d'esquadra 🐾🐾🐾



Woof! Sii recollir pedres, soc un gos jajaja... (Estoy cansado jefe...)

Per veure què pot fer el Bernat en el seu primer torn veurem com evoluciona una partida d'aquest joc.

Primer notem que en cada jugada el nombre de pedres del taulell o bé augmenta, o bé es queda igual, vist d'una altra manera, el nombre d'espais buits disminueix o es queda igual. També, donades les restriccions del joc (perdre si s'arriba a una configuració que ja s'ha donat previamente) implica que no es pot mantenir el nombre de pedres al taulell infinitament, en algun moment aquestes augmentaran sigui quin sigui el nombre d'elles. Per tant, donat això sempre s'arribarà a una configuració on només quedi un espai buit, anem a veure què passa quan s'arriba per primera vegada a una d'aquestes configuracions sabent que n es senar.

Quan s'arriba a que queda només un espai buit, el jugador al qui li toqui jugar haurà guanyat la partida. Això és degut a que si omple el taulell, l'altre jugador haurà de treure una de les pedres obligatoriament, i pot treure totes menys la que ha posat l'altre jugador a la jugada anterior (ja que recordem que la posició previa correspon a la primera vegada que s'arriba a la configuració de només un espai buit). Quan faci aquesta jugada, deixarà un espai buit que no pot ser emplenat, per tant, l'altre jugador només pot treure una altra pedra de les $n-2$ que queden. Això passa successivament de manera alternada fins que ja s'han tret almenys una vegada totes les pedres. Per tant, és fàcil veure que quan s'omple el taulell, com queden només $n-1$ pedres "eliminables", que és un nombre parell, qui l'hagi omplert és qui farà l'última jugada legal i, per tant, guanyarà. Ara anem a veure què pot fer el Bernat per poder guanyar.

Com ell vol acabar quedant-se amb un espai buit, i al principi hi ha un nombre senar d'ells, li interessa mantenir la paritat dels espais buits quan arribi la seva jugada. És a dir, si el Manu ha fet una jugada en la que ha augmentat el número de pedres, el Bernat farà el mateix, i sempre ho pot fer mentre quedin espais buits. El problema ve quan el Manu aconsegueix que el número total de pedres no augmenti, la qual cosa pot aconseguir si treu una pedra que no tingui espais buits o bé cap a l'esquerra o bé cap a

la dreta. I per fer-ho anirà afegint pedres a algun dels extrems mentre no en pugui treure i quan pugui treurà una d'aquestes per tal de fer la jugada esmentada previament. Per tant, el Bernat l'únic que pot fer per assegurar-se mantenir la paritat i que sempre que el Manu faci una jugada d'aquestes ell en pugui fer una altra és copiar el que fa el Manu pero a l'extrem contrari, és a dir, jugar simètricament. I això només ho pot fer mentre hi hagi simetria al taulell, ja que en cas contrari no el podria copiar. Per tant, per poder assegurar simetria el Bernat hauria de jugar la primera pedra a la casella central, la qual cosa pot fer ja que n es senar, i seguint l'estratègia esmentada sempre guanyaria.

Pero qui guanya realment aquí és qui es diverteix, així que igualment guanya el Bernat perquè tothom sap que perdre no és divertit i més quan t'has dedicat a jugar a recollir pedres.