P9. Afirmo que els temps que podem mesurar són: ~~els múltiples racionals~~

1. q hores per $q \in \mathbb{Q} \cap [0,1]$
2. $1+\frac{1}{n}$ hores per $n \geq 1$.

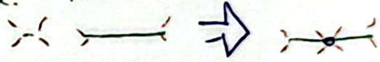
Observem la següent estratègia. Donat un nombre m, i una metxa, ens podem assegurar que a tot moment hi hagi m punts encesos de la metxa. Per iniciar-ho, encenem $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ punts a l'interior de la metxa, i si m és senar, un extrem també.

$m=4$

$m=7$

Ara, si en algun punt la longitud d'una part s'acaba podem encendre en un nou punt com calgui:

- Si s'acaba una part que cremava en dos punts, encenem un punt interior d'una altra part qualsevol Ex. $m=4$



- Si s'acaba una part que cremava per un extrem, encenem un punt interior d'una altra part i apaguem un punt extrem

Ex. $m=3$

Sabem que si la metxa crema en un punt sempre, s'acaba en 1 hora. Per tant si crema en m punts sempre, s'esgota m vegades més ràpid i s'acaba en $\frac{1}{m}$ d'hora.

Scanned with CamScanner

★ Sigui $q = \frac{a}{b}$ amb $a, b \in \mathbb{N}_{>0}$ i $1 \leq a \leq b+1$
(en ambdós casos 1. i 2. mencionats a l'inici es té aquesta condició).

Definim $n := b$ i $m := b+1-a$.

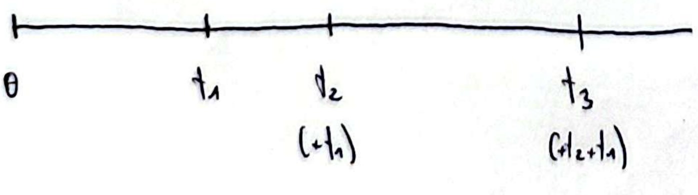
Per mesurar $\frac{a}{b}$ d'hora fem el següent:

1. Encenem $\underline{n}$ punts de la 1a metxa i $\underline{m}$ de la 2a.
2. Pel procediment descrit anteriorment, ens assegurem que sempre hi ha $\underline{n}, \underline{m}$ punts cremant en la 1a i 2a metxa respectivament, fins que la 1a es cremi (es cremarà primer ja que $n \geq m$).
3. Apaguem els $\underline{m}$ punts de la 2a metxa i encenem només una. Assegurem que sempre hi ha un punt cremant de la 2a metxa fins que s'acaba.

Temps transcorregut en el pas 2: $\frac{1}{n}$ h.
En el pas 2, la 2a metxa ha consumit $\frac{m}{n}$ del seu temps, amb el qual li queda $1 - \frac{m}{n}$ h.

Temps transcorregut en el pas 3: $\frac{1}{n} + \left(1 - \frac{m}{n}\right) = \frac{n+1-m}{n} = \frac{a}{b} = q$ hores.

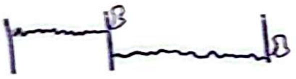
Ara plantegem la línia temporal del número de punts encesos per veure que qualsevol altre número d'hores queda framemogged pel líder de la fraternitat d'ASU.



Siguin n_{Ai} i n_{Bi} el número de punts encesos (com el cachondo de Carlos) en l'interval de temps anterior a $\sum^{i} t_j$. Construim els intervals de tal forma que n_A (primera metxa) i n_B (segona metxa) són constants en l'i-èssim interval, i diferents entre intervals adjacents. Aleshores podem afirmar que només podem conèixer t_i si en l'i-èssim interval cremem completament una metxa de la qual coneixem la seva durada inicial. Si es dona aquesta situació, $t_i = \frac{1}{n_{xi}}$ $(x \in \{A, B\})$. En cas contrari, escollim dues distribucions diferents per a una metxa que canvii el seu n_x en el següent interval. Aleshores, la condició utilitzada per alterar n_x té un començament diferent i no podem garantir que $\sum t_i$ sigui constant. Cal destacar que només podem prendre decisions quan qualsevol tros de metxa acaba de cremar, ja que si no ho fem no podem assegurar res sobre el temps transcurrit.

Per tant, queden 2 "estructures" possibles per cremar les metxes: "overlap" i "no overlap":

overlap: 

no overlap: 

i aquestes donen lloc als temps que hem trobat.