

— URracas del Ebro —

Universidad de La Rioja

Problema 5 – Lista 1. Claramente, los cortes deben ser paralelos a alguna cara ya que, si no, sería imposible que fuesen cuadrados: acabaría quedando algún triángulo imposible de recortar en cuadrados.

En caso de poder hacer la división pedida del cubo, mirando una cara del cubo (que, antes de los cortes, era un cuadrado), ahora debería haber quedado la cara en cuadrados que no se repitan en tamaño. Vamos a ver que no se puede dividir un cuadrado en una cantidad finita de cuadrados con cortes infinitos y distintos tamaños.

Supongamos que existe esa partición de cuadrados. Existe un cuadrado que es el más pequeño de todos. Por ser los cortes con rectas infinitas, podemos reordenar los cortes para que el cuadrado más pequeño quede en la esquina superior izquierda, sin pérdida de generalidad. Por ser el cuadrado más pequeño, a la derecha y debajo de este quedan 2 rectángulos, que comparten una cara con el cuadrado más pequeño. Como tenemos que tener todo cuadrados, y no podemos cortar la cara que comparte el rectángulo con el cuadrado más pequeño, eso hace que tenga que existir otro cuadrado de igual tamaño que el más pequeño. Esto es una contradicción, por lo que no se puede tener esa división. Así, no existe la división pedida del cubo.

