

— URracas del Ebro —

Universidad de La Rioja

Problema 1 – Lista 3. Comencemos con el pequeño comentario a pie de página. Notemos que

$$S = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m^2 n}{3^m (n 3^m + m 3^n)} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n^2 m}{3^n (m 3^n + n 3^m)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 m}{3^n (m 3^n + n 3^m)}$$

Entonces, si llamamos a la expresión de dentro del sumatorio como

$$F(x, y) = \frac{x^2 y}{3^x (y 3^x + x 3^y)} \implies F(m, n) + F(n, m) = \frac{m}{3^m} \cdot \frac{n}{3^n}$$

Luego, sumando ambas expresiones para S ,

$$\begin{aligned} 2S &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F(m, n) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F(n, m) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m}{3^m} \cdot \frac{n}{3^n} = \\ &= \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{m}{3^m} \right) \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} \right) = \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} \right)^2 = T^2 \end{aligned}$$

Para evaluar el sumatorio T , notemos que

$$\sum_{n=1}^{\infty} n z^n = z \sum_{n=0}^{\infty} n z^{n-1} = z \left(\frac{1}{1-z} \right)'_{x=z} = \frac{z}{(1-z)^2}, \quad |z| < 1$$

Sustituyendo $z = 1/3$, obtenemos que $T = 3/4$, luego

$$2S = \frac{9}{16} \implies S = \frac{9}{32}$$

Ahora resolvamos el problema que nos compete. Veamos cuan mamadísima está Gisela. En sentadillas, hace un total de 32 repeticiones de 110 kg cada una. En total, 3520 kg. En dominadas, entendemos que al no añadirse ningún lastre extra, no sumamos ningún kilo al recuento total. Somos 14 equipos en la Marketó y, según Miguel Alcañiz, el peso total en hip thrust fue de $14 \cdot 666 \text{ kg} = 9324 \text{ kg}$. Asumiremos que Miguel se refería al peso extra añadido. Total, conociendo a Gisela, los 20 kilillos que pesa la barra son despreciables y los podría haber añadido perfectamente. Sumando todo, hace un total de 12844 kg. Luego el contador del programa marca 1284. Si factorizamos 1284, vemos que es $2^2 \cdot 3 \cdot 107$, y por tanto $\varphi(1284) = \varphi(4)\varphi(3)\varphi(107) = 2 \cdot 2 \cdot 106 = 424$. Por la Fórmula de Binet, sabemos que $F_n \sim \mathcal{O}(\varphi^n)$, donde φ ahora denota la razón áurea. En conclusión, la cantidad de dinero que perdería el programa es del orden de φ^{424} , que es un número mayor que la cantidad de átomos del universo conocido (suficiente para poder pagar un alquiler en Madrid, o eso creo).