

El de Topo (61)

Sigui C una corba tancada ^{o circuit} i Q en el interior de C .

Definim $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la reflexió de $\mathbb{R}^2$ respecte Q .
 $x \mapsto x + 2x - Q$

En particular, sigui $C' = f(C)$ la reflexió de C , també tancada.
A més, siguin m i M els punts de C de dist. mínima i màxima a Q resp. si hi ha més d'un candidat, triem un d'ells arbitràriament.

Definim $m' := f(m)$ i $M' := f(M)$, els punts m i M reflectits.

Notem que $d(Q, m') = d(Q, m)$ i $d(Q, M') = d(Q, M)$ per definició de f .

Veurem que C i C' s'han de tallar en algun punt:

CAS 1: $m' \in C$ o $M' \in C \rightarrow$ hem acabat.

CAS 2: Si no estan en la corba, veiem fàcilment que m' està en el interior de C i M' en el exterior. Així doncs, C' connecta m' i M' i per tant C' ha de creuar a C .

Com que C' i C es tallen, $\exists x \in C$ t.q. $f(x) \in C$,

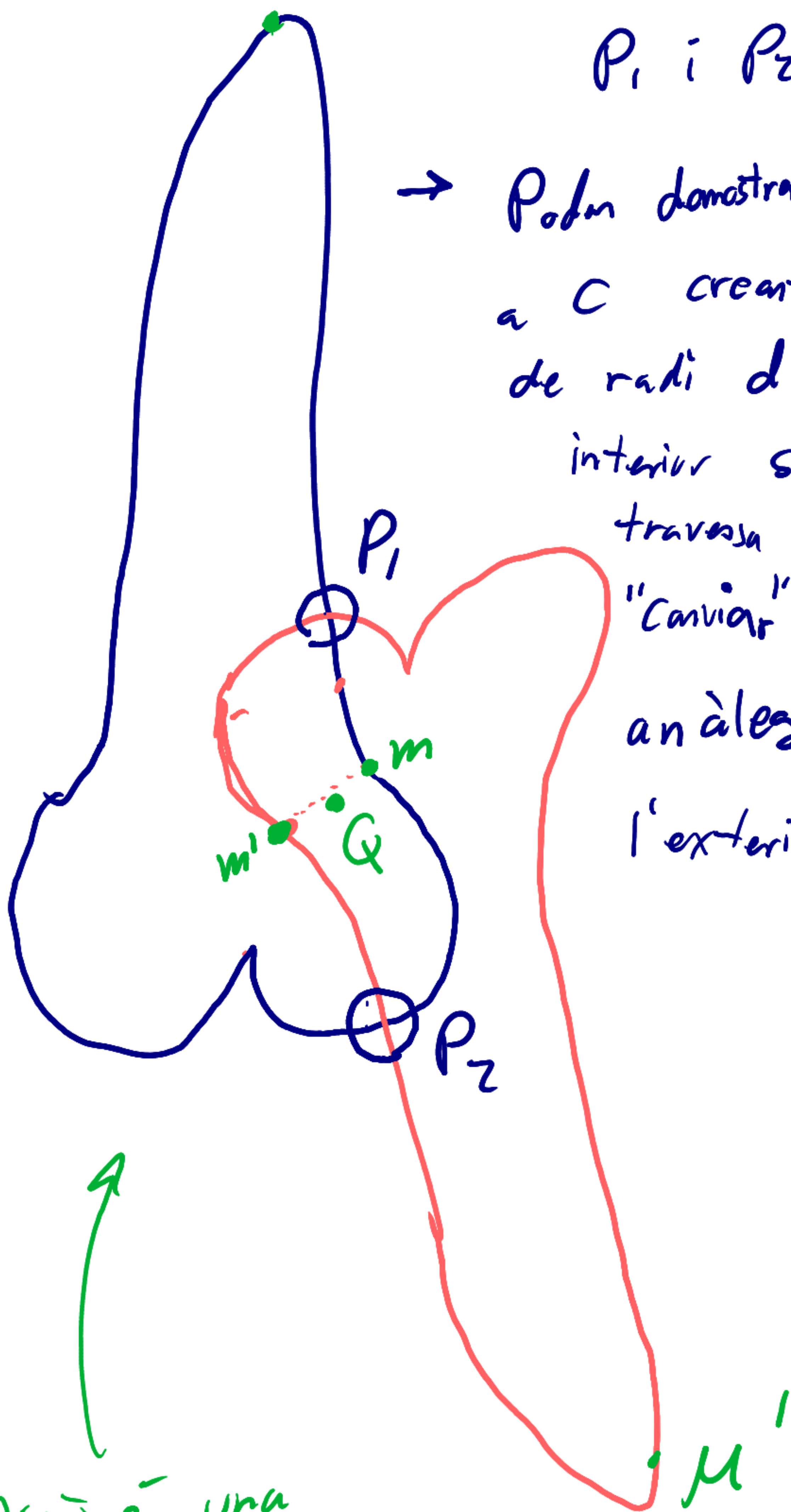
Si anomenem $P_1 := x$ i $P_2 := f(x)$, veiem que Q és punt mig de

P_1 i P_2 , per com hem definit f . $\square$

→ A la següent pàgina deixem una il·lustració + comentaris per aclarir la demo.

μ $\rightarrow$ Notem que $f^2 = Id$, i per tant P_1 i P_2 són intercanviables.

$\rightarrow$ Podem demostrar també que m' és interior a C creant una bola centrada en Q i de radi $d(Q, m)$, i veient que aquesta és interior si Q és interior, doncs C no travessa la bola i per tant no pot "canviar" de diis a fora. Un argument anàleg justifica que μ' està a l'exterior de C .



Això és una
projecció azimuthal del
Circuit Epstein - Kirk