

21. El Borsa

CARLOS MUJERIEGA

Considerem la següent estratègia per a BET365.

El preu inicial és $0.5 \pm \epsilon/2$ ($0.5 - \epsilon/2 @ 0.5 + \epsilon/2$)

Si el jugador compra el contracte V , BET365 puja els preus (mid) per $\epsilon/4$, és a dir, puja el bid i el ask per $\epsilon/4$. Sempre que el preu mitjà no supere a 1.

Si el jugador els ven, baixa els preus per $\epsilon/4$ sense baixar de 0 el preu mitjà X_t .

Hi ha un nombre finit de valors que pot tenir X_t en aquest procés, que anomenarem $0 = Y_{-k}, Y_{-k+1}, \dots, Y_0 = 0.5, Y_1, Y_2, \dots, Y_{k-1}, Y_k = 1$.

Si el preu és $Y_k = 1$ i el jugador compra a $1 + \epsilon/2$, està perdent $\epsilon/2$ cada vegada que fa aquesta jugada ja que el valor de V és ≤ 1 .

El mateix passa si el preu és $Y_{-k} = 0$ i el jugador ven a $0 - \epsilon/2$.

Ara considerem per a cada parell de nivells següents, Y_i, Y_{i+1} , quantes vegades el creua el preu entre aquests dos nivells.

La quantitat de vegades que passem de Y_i a Y_{i+1} no pot diferir en més de 1 amb les vegades que passem de Y_{i+1} a Y_i .

Però cada vegada que passem de $Y_i \rightarrow Y_{i+1}$ el compra a preu $Y_i + \epsilon/4$ i cada vegada que passem de $Y_{i+1} \rightarrow Y_i$ el ven a $Y_{i+1} - \epsilon/4 = Y_i - \epsilon/4$.

Si hi han M accions de creuament $Y_i \leftrightarrow Y_{i+1}$, amb a mínim hi han $\lfloor \frac{M}{2} \rfloor$ en una direcció i $\lfloor \frac{M}{2} \rfloor$ en l'altra. Per tant, el PnL d'aquestes accions (de BET365) és:

$$\lfloor \frac{M}{2} \rfloor \left(Y_i + \frac{\epsilon}{4} - (Y_i - \frac{\epsilon}{4}) \right) + \text{possible pèrdua per } 2 = \lfloor \frac{M}{2} \rfloor \frac{\epsilon}{4} \text{ constant}$$

Qualsevol acció dins del joc està dins d'un dels anteriors events descrites hi hi ha un nombre finit d'events. Tots els events comporten una pèrdua en PnL $O(1)$ i una guany de PnL per a Bet365 $O(\text{vegades que ocorre l'event})$.

$$\text{Per tant } \text{PnL total} = \sum_{\text{suma finita}} O(\text{vegades}) - O(1) = O(\# \text{Torns}) - O(1) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} +\infty$$