

P30. VPM

Els vèrtexs d'un n -àgon regular inscrit en un cercle unitat són ζ^k per $k = 0, 1, \dots, n-1$, on $\zeta = e^{i\frac{2\pi}{n}}$. Calculem el VPM respecte del punt 1:

$$\text{VPM} = \left| \prod_{k=1}^{n-1} (1 - \zeta^k) \right| = |p(1)|,$$

On $p(x) := \prod_{k=1}^{n-1} (x - \zeta^k)$.

Ara, recordem que $x^n - 1 = \prod_{k=0}^{n-1} (x - \zeta^k) = (x - 1)p(x)$. Per tant,

$$p(x) = \frac{x^n - 1}{x - 1} = x^{n-1} + \dots + x + 1.$$

Finalment, $\text{VPM} = |p(1)| = n$.