
La estrategia óptima es siempre coger el valor i más grande que todavía no ha salido. Estamos forzados a preguntar por un número $x \geq i$ y preguntar por un número $x > i$ es estrictamente peor que preguntar por i .

Para calcular el valor esperado de esta estrategia, notemos que podemos asumir que siempre estamos cogiendo valores de aleatorias de $\{1, \dots, n\}$, pero si nos sale el valor x y $x, x+1, \dots, n$ ya ha aparecido, podemos ignorar este valor.

La probabilidad de que para el valor i , salgan primero los valores $i+1, i+2, \dots, n$ antes que la primera ocurrencia de él es $\frac{1}{n-i+1}$, es decir, la probabilidad de que en algún momento tengamos que estar preguntando por los valores $\{1, \dots, i\}$ es $\frac{1}{n-i+1}$, y una vez estemos preguntando este valor, tendremos que preguntar i hasta que salga i en valor esperado por ser una distribución geométrica. Por linearity of expectation, el valor esperado es:

$$\frac{n}{1} + \frac{n-1}{2} + \dots + \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{n+1-i}{i} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{n+1}{i} - 1 \right) = (n+1)H_n - n$$